

106-2 數學補救教學

授課教師：鄭寰文

※因數與倍數(分年細目)

五年級：

5-n-04：能理解因數和倍數。

5-n-05：能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。

六年級：

6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。

6-n-02：能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。

6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。

5-n-04	能理解因數和倍數。	N-3-03
--------	-----------	--------

基本學習內容

5-nc-04-1 能理解因數和倍數。

5-nc-04-2 認識 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法。

基本學習表現

5-ncp-04-1 能理解因數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數的所有因數。

5-ncp-04-2 能理解倍數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數在某範圍內所有的倍數。

5-ncp-04-3 能判斷甲數是否為乙數的因數。

5-ncp-04-4 能判斷丙數是否為丁數的倍數。

5-ncp-04-5 能認識 2、5 及 10 的倍數判斷方法。

5-ncp-04-6 能認識 3 的倍數判斷方法。

說明：

- 本基本學習內容為 2-n-08、3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經熟記九九乘法，並理解除法的意義。
本基本學習內容首次引入因數與倍數的意義。
- 多數國小五年級學生已經掌握整數情境的乘除互逆，國小課程首次引入因數問題時，給定的數字都在九九乘法的範圍，因此教師可以透過乘法算式「 $5 \times 8 = 40$ 」，幫助學生認識 5 是 40 的因數，也可以透過除法算式「 $40 \div 5 = 8 \dots 0$ 」，幫助學生認識 5 是 40 的因數。
教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，例如判斷 23 是否為 12581 的因數問題時，就必須透過除法「 $12581 \div 23$ 」來判斷。
- 本基本學習內容限制五年級學生透過嘗試錯誤的方式，利用除法算式或乘法算式引入因數及倍數的意義，不宜透過質因數分解的算式引入因數或倍數。
- 五年級引入因數與倍數的目標之一是幫助學童做分數約分、擴分及通分的計算，數字的大小應配合分數之教學，通分時，兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1) 分母都是一位數字。
 - (2) 一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 100。
 - (3) 乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。

- 本基本學習內容引入 2、3、5 及 10 的倍數判斷方法，不討論 11 的倍數判斷方法。

- 可以透過百數表，幫助學生理解 2、5、10 的倍數判斷方法。
當我們只在百數表內討論 2、5、10 倍數判斷方法時，只能保證 100 以內的數滿足這個性質，無法保證大於 100 的數也滿足這個性質。
建議教師在百數表內討論完 2、5、10 倍數的判斷法後，還要舉一些比 100 大的整數例子，幫助學生察覺該判斷方法對大於 100 的數也成立。

- 3 的倍數判斷方法則由教師告知。

- 以 3627 為例，說明每個位數的數字和「 $3+6+2+7=18$ 」是 3 的倍數，3627 就是 3 的倍數。

$$\begin{aligned}3627 &= 1000 \times 3 + 100 \times 6 + 10 \times 2 + 1 \times 7 \\ &= (999 + 1) \times 3 + (99 + 1) \times 6 + (9 + 1) \times 2 + 1 \times 7 \\ &= (999 \times 3 + 1 \times 3) + (99 \times 6 + 1 \times 6) + (9 \times 2 + 1 \times 2) + 7 \\ &= (999 \times 3 + \underline{3}) + (99 \times 6 + \underline{6}) + (9 \times 2 + \underline{2}) + \underline{7} \\ &= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2 + (\underline{3} + \underline{6} + \underline{2} + \underline{7})\end{aligned}$$

999×3、99×6、9×2 都是 3 的倍數，3 的倍數加 3 的倍數的和，還是 3 的倍數，所以「 $999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2$ 」是 3 的倍數。

- 區分「倍數」與「幾倍」的意義。
部份成人可能混淆「倍數」與「幾倍」的意義，誤認為 2 是 0.1 的倍數。
正確的說法是：2 不是 0.1 的倍數，但 2 是 0.1 的 20 倍。

- (1) 因數與倍數的意義：

透過 $b = a \times q$ (或 $b \div a = q \dots 0$) 判斷 a 是否為 b 的因數時，a、b、q 都必須是整數，而 0.1 不是整數，因此數學上不討論 2 是否為 0.1 的倍數。

- (2) 幾倍的意義：

a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍，指的是將 b 視為基準量 1 時，比較量 a 是 $\frac{a}{b}$ 。

將 0.1 視為基準量 1，比較量 2 是 20 個 0.1，因此 2 是 0.1 的 20 倍。

範例：

1. 下列哪一組數是 54 的所有因數？

- (1) 1、2、3、6、9
- (2) 1、2、3、6、9、18、27、54
- (3) 1、2、6、9、27、54
- (4) 1、2、3、18、27、54、108

2. 下列哪一組數都是 6 的倍數？

- (1) 30、35、40、45
- (2) 16、26、36、46
- (3) 18、27、36、45
- (4) 6、12、18、24

3. 下列哪一個數不是 3 的倍數？

- (1) 135
- (2) 252
- (3) 357
- (4) 284

5-n-05	能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。	N-3-03
--------	----------------------------	--------

基本學習內容

5-nc-05-1 能認識兩數的公因數與最大公因數。

5-nc-05-2 能認識兩數的公倍數與最小公倍數。

基本學習表現

5-ncp-05-1 能認識兩數的公因數及最大公因數

5-ncp-05-2 能認識兩數的公倍數及最小公倍數

5-ncp-05-3 能判斷某數是否為給定兩數的公因數或最大公因數。

5-ncp-05-4 能判斷某數是否為給定兩數的公倍數或最小公倍數。

5-ncp-05-5 知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數

5-ncp-05-6 能解決簡單求公因數或最大公因數的情境問題。

5-ncp-05-7 能解決簡單求公倍數或最小公倍數的情境問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-04 之後續學習概念，故學生應該已經能理解因數和倍數的意義。
本基本學習內容幫助學生認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。
- 本基本學習內容限制五年級透過列出兩數所有因數的方式，尋找兩數的公因數及最大公因數；透過列出兩數部份倍數的方式，尋找兩數的公倍數及最小公倍數。
教師不宜引入短除法求最大公因數及最小公倍數的策略，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。
- 如果學生通分時發生困難，教師可幫助學生知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數，可作為通分後的公分母。
- 以求 18 和 24 的公因數為例，教師可以先求出 18 所有的因數 1、2、3、6、9、18，再判斷這些數是否為 24 的因數，例如 1、2、3、6 也是 24 的因數，所以 1、2、3、6 是 18 和 24 的公因數，幫助學生簡化求公因數的解題過程。
- 以求 8 和 12 的公倍數為例，教師可以先求出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96 等，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如 24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程。

- 可以透過簡單情境幫助學生認識最大公因數及最小公倍數的意義，但是五年級不宜評量利用最大公因數或最小公倍數解題的文字題。

範例：

1. 已知 12 的因數有 1、2、3、4、6、12。

24 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、24。

下列哪一個選項的數都是 12 和 24 的公因數？

(1) 1、3、8、24

(2) 1、2、4、8

(3) 1、3、6、12

(4) 1、2、6、24

2. 有一堆花片，4 個一數剛好可以數完，5 個一數也剛好可以數完，下列何者可能是這堆花片的個數？

(1) 30

(2) 40

(3) 45

(4) 50

6-n-01	能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。 (質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。	N-3-04
--------	--	--------

基本學習內容

6-nc-01-1 能認識質數、合數。

6-nc-01-2 能用短除法做質因數的分解(質數 <20 ，質因數 <20 ，
被分解數 <100)。

基本學習表現

6-ncp-01-1 能認識質數。

6-ncp-01-2 能認識合數。

6-ncp-01-3 知道 1 不是質數也不是合數。

6-ncp-01-4 知道偶數中只有 2 是質數，其它偶數皆不是質數。

6-ncp-01-5 能認識質因數。

6-ncp-01-6 能用樹狀圖做質因數的分解。

6-ncp-01-7 能用短除法做質因數的分解。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-04 及 5-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經理解因數和倍數的意義；也認識兩數的公因數、公倍數，最大公因數與最小公倍數。
本基本學習內容幫助學生認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。
- 本基本學習內容要求學生能檢驗 20 以內的質數，國中階段(7-n-01)才要求學生檢驗 100 以內的質數。
- 本基本學習內容限制進行質因數分解時，質因數 <20 ，被分解數 <100 。
學生應熟悉 2、3、5、7、11、13、17、19 在 100 以內的倍數。
- 質數：除了 1 和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。
或不能分解成兩個大於 1 整數之乘積的整數稱為質數。
合數：有 3 個以上因數的整數稱為合數。
或能分解成兩個大於 1 整數之乘積的整數稱為合數。
1 不是質數，1 也不是合數。
- 質因數分解算式中的質數，可以要求由小至大排列，但使用短除法解題時不受限制。
- 國小階段質因數分解算式的乘積不寫成指數的形式。

- 可以利用樹狀圖或短除法做質因數分解，面對較大數字時短除法比較有效率，本基本學習內容要求學生能利用短除法做質因數分解。

範例：

1. 下列哪一個數不是質數？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 13
- (4) 17

2. 下列哪一個選項是「42」質因數分解的結果？

- (1) $2 \times 3 \times 7$
- (2) 6×7
- (3) 2×21
- (4) 3×14

6-n-02	能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。	N-3-05
--------	-----------------------	--------

基本學習內容

6-nc-02-1 能用短除法求兩數的最大公因數。

6-nc-02-2 能用短除法求兩數的最小公倍數。

基本學習表現

6-ncp-02-1 能用短除法求兩數的最大公因數。

6-ncp-02-2 能用短除法求兩數的最小公倍數。

6-ncp-02-3 能解決求公因數或最大公因數的情境問題。

6-ncp-02-4 能解決求公倍數或最小公倍數的情境問題。

說明：

- 本基本學習內容為 5-n-05 及 6-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經已有列出兩數所有因數及部份倍數的方式，尋找兩數的(最大)公因數和(最小)公倍數的解題經驗；也應該已經能用短除法做質因數的分解。
本基本學習內容幫助學生利用質因數分解法或短除法，找出兩數最大公因數或最小公倍數。
- 本基本學習內容限制用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數時，質因數都要小於 20，被分解數要小於 100。
- 利用質因數分解算式求兩數最大公因數和最小公倍數時，應幫助學生察覺最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。
例如： $36 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times 3$ ， $48 = \underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$
36 和 48 的最大公因數「 $\underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$ 」，是這兩數共同質因數的乘積。
36 和 48 的最小公倍數「 $\underline{2} \times \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3$ 」，是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。
- 本基本學習內容只處理二個整數最大公因數和最小公倍數的問題，不處理三個整數(以上)最大公因數和最小公倍數的問題。
- 學生必須先知道「最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次」，以及理解「兩數互質」的意義，才能開始學習利用短除法求兩數的最大公因數及最小公倍數。

- 「兩數互質」是判斷短除法運算結果的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數和最小公倍數時，先提出共同的質因數，發現兩數互質時，最大公因數「 $2 \times 2 \times 3$ 」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 」是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$2 \begin{array}{l} \overline{) 36 \quad 48} \\ \underline{18 \quad 24} \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$2 \begin{array}{l} \overline{) 18 \quad 24} \\ \underline{9 \quad 12} \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$3 \begin{array}{l} \overline{) 9 \quad 12} \\ \underline{3 \quad 4} \end{array} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數}$$

$3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4) = 1$ ，互質表示沒有其它共同的質因數

$$(36, 48) = \underline{2 \times 2 \times 3} \text{ (共同質因數的乘積)}$$

$$[36, 48] = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 \quad (4 = 2 \times 2) \text{ (兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次)}$$

- 學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤方式解題的能力。

例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。

例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數的性質來解題。

範例：

- 把長 18 公分、寬 12 公分的長方形方格紙，剪成大小相同且邊長為整數公分的正方形，全部剪完，沒有餘下。可以剪成的正方形最大的邊長是幾公分？

(1) 2

(2) 3

(3) 4

(4) 6

$$2. \quad \begin{array}{l} 2 \overline{) 12 \quad 20} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10} \\ \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

上面是利用短除法求 12 和 20 最小公倍數的算式，下列何者是 12 和 20 最小公倍數？

(1) 2×2

(2) 3×5

(3) $2 \times 3 \times 5$

(4) $2 \times 2 \times 3 \times 5$

6-n-03	能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。	N-3-05
--------	------------------------	--------

基本學習內容

6-nc-03-1 能認識兩數互質的意義。

6-nc-03-2 能將分數約成最簡分數。

基本學習表現

6-ncp-03-1 能認識兩數互質的意義。

6-ncp-03-2 能認識最簡分數的意義。

6-ncp-03-3 能將分數約成最簡分數。

說明：

- 本基本學習內容為 6-n-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識質數、合數，並能用短除法做質因數的分解。
本基本學習內容幫助學生認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。
- 區分「質數」和「互質」的差異。
質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。
互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當 $(a, b)=1$ ，數學上稱 a 和 b 互質。
例如：1 不是質數，但是 $(1, 6)=1$ ，所以 1 和 6 互質。
- 五年級時不要求最後的答案必須是最簡分數。
六年級在容許的因、倍數範圍中，應要求最後的答案必須是最簡分數。
- 最簡分數是很多等值分數比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個分數的分子和分母互質，我們稱這個分數為最簡分數」的方式引入最簡分數。教師應透過比較活動引入最簡分數，例如列出一些分子和分母都比 $\frac{18}{30}$ 小的等值分數 $\frac{9}{15}$ 、 $\frac{6}{10}$ 、 $\frac{3}{5}$ ，說明這些分數中， $\frac{3}{5}$ 的分子和分母最小，稱 $\frac{3}{5}$ 為這些等值分數中的最簡分數，最後再說明可以利用分子和分母互質，判斷該分數是最簡分數。

範例：

1. 下列哪兩個數互質？

- (1) 1、5
- (2) 3、18
- (3) 17、34
- (4) 21、14

2. 下列哪一個數不是最簡分數？

- (1) $\frac{8}{9}$
- (2) $\frac{19}{20}$
- (3) $\frac{14}{21}$
- (4) $\frac{7}{10}$

※角度(分年細目)

三年級：

3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)

四年級：

4-n-16：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-s-04)

4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。

五年級：

5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。

3-n-17	能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)	N-2-20 S-2-04
--------	-------------------------	------------------

基本學習內容

3-nc-17-1 能認識角，並進行角的直接及間接比較。

基本學習表現

3-ncp-17-1 能認識角。

3-ncp-17-2 能認識直角。

3-ncp-17-3 能進行角的直接比較。

3-ncp-17-4 能進行角的間接比較。

說明：

- 本基本學習內容為 2-s-01 之後續學習概念，故學生應該已經認識周遭物體上的角。
本基本學習內容首次引入角度的教材，學生可以透過直接比較及間接比較，來判斷兩個角張開程度的大小。
- 本基本學習內容透過直尺、三角板、正方形或長方形幫助學生認識直角，並能判斷給定的角和直角的大小關係。
三年級還沒有引入角度的常用單位「度」，不能說直角的角是 90 度。
- 三年級討論的對象是「張開角」，張開角指的是共端點兩重合線段張開的結果，共同的端點稱為頂點，張開後的兩線段稱為邊，因為張開後的形狀像圖形的角，故稱之為張開角。
張開角的角度指的是張開的程度，選定單位量後，可以把角張開的程度數量化，討論張開角的角度不宜超過 180 度(不含平角)。
- 學生常透過邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等特徵，來比較兩個角張開程度的大小，例如學生常誤認下圖右邊那個角的角度比較大，可能的理由是學生只看到張開角張開後的結果，並沒有看到張開的過程，無法理解張開程度的意義，建議教師透過實作，讓學生經驗張開角張開程度的意義。

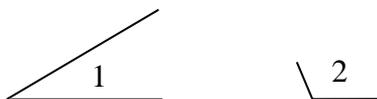


- 部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。

- 建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

範例：

1. 下圖中的角 1 和角 2，哪一個角比較大？



- (1) 角 1
- (2) 角 2
- (3) 一樣大
- (4) 無法比較

2. 請問下列的角，哪一個角最大？



- (1) 角 1
- (2) 角 2
- (3) 角 3
- (4) 一樣大

4-n-16	能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-s-04)	N-2-20
--------	--	--------

基本學習內容

4-nc-16-1 能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。

基本學習表現

4-ncp-16-1 能認識角度單位「度」。

4-ncp-16-2 能使用量角器實測角度。

4-ncp-16-3 能使用量角器畫出指定的角度。

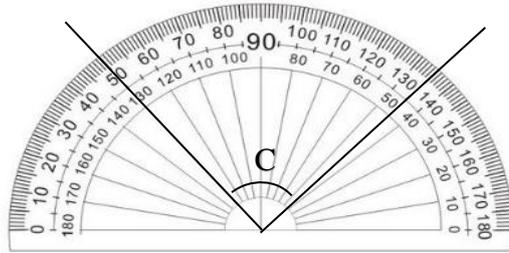
4-ncp-16-4 能算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-n-17 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較兩個角張開程度的大小。
本基本學習內容引入角度的常用單位「度」，以及測量角度的工具—量角器。
- 教學時，幫助學生熟悉 30 度、45 度、60 度、90 度、120 度、135 度、150 度、180 度等角度即可。
評量給定角的角度時，不應要求太嚴格。
- 四年級引入角度的常用單位「度」之後，可以說直角的角度是 90 度，也可以進行角度的加減計算。
- 為了方便量角度，量角器都有兩組刻度，其中一組是順時針方向，另一組是逆時針方向，因此，部份學生使用量角器測量角度時，常將 70 度報讀為 110 度。
當學生尚未掌握直角、銳角及鈍角的意義前，報讀角度時，應要求同時報讀始邊和終邊兩個刻度，養成先將始邊對齊刻度 0，也就是先找 0 度，再看終邊刻度的習慣，並將刻度 0 到刻度 70 間的角度稱為 70 度。當學生掌握鈍角及銳角的意義，知道被測量角度和直角 90 度大小關係後，面對銳角 70 度時，不會將它報讀為 110 度。
- 以「下圖中陰影部份為角 C，求角 C 的角度是多少度？」為例，有兩種幫助學生算出角的兩邊不在量角器 0 度刻度的角度的方法。
(1) 透過點數刻度解題：
先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，再由 50 度開始，往角的另一邊開始 10 度及 1 度一數，10、20、30、40、50、60、70、80，81、82、83、84、85，得到該角角度為 85 度的答案。

(2) 透過旋轉角及減法解題：

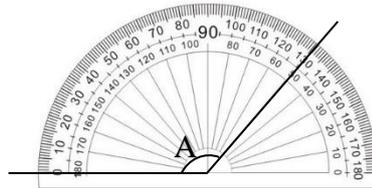
先找出角兩邊在量角器上內圈(或外圈)所對應的刻度，例如 50 度和 135 度，先說明可以利用減法算式 $50 - 0 = 50$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 50 度所夾的角是 50 度， $135 - 0 = 135$ 算出由刻度 0 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 135 度，再說明可以利用減法算式 $135 - 50 = 85$ 算出刻度 50 度旋轉到刻度 135 度所夾的角是 85 度。



範例：

1. 如圖，角 A 是幾度？

- (1) 0
- (2) 50
- (3) 80
- (4) 130



2. 角 B 的兩邊，一邊在量角器內圈刻度 15 上，另一邊在量角器內圈刻度 60 上，角 B 是幾度？

- (1) 15
- (2) 60
- (3) 45
- (4) 75

3. 請使用量角器畫出一個 75 度的角。

4-s-05	能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。	S-2-07
--------	---------------------	--------

基本學習內容

4-sc-05-1 能理解旋轉角的意義，並能認識平角及周角。

基本學習表現

4-scp-05-1 能理解旋轉角的意義。

4-scp-05-2 能認識順時針旋轉及逆時針旋轉的意義。

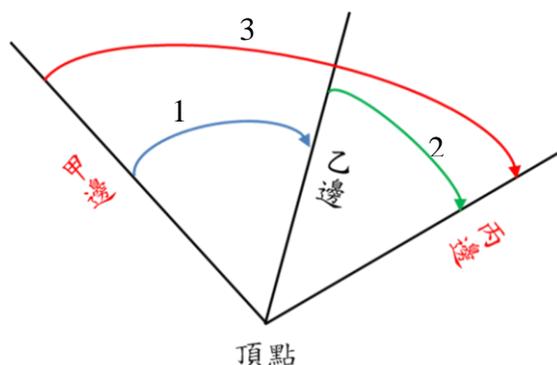
4-scp-05-3 能認識平角的意義，知道平角的角度是 180 度。

4-scp-05-4 能認識周角的意義，知道周角的角度是 360 度。

4-scp-05-5 知道分針(時針)轉 1 圈時旋轉了 360 度，轉 1 大格時旋轉了 30 度，轉 1 小格時旋轉了 6 度。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-04 之後續學習概念，故學生應該已經認識角，並能比較角的大小。
本基本學習內容幫助學生理解旋轉角，以及平角和周角的意義。
- 教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。
例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。
再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。
透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。

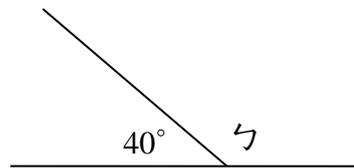


- 三年級討論的是「張開角」，教學重點是比較兩角張開程度的大小。四年級討論的是「旋轉角」，旋轉角教學的重點是結合三年級張開角的概念及旋轉現象，不是將旋轉角當做新的名詞來定義。「張開角」角度的範圍不能超過 180 度，「旋轉角」角度的範圍可以在 360 度以內。
- 旋轉角是向量，應要求學生說明旋轉的方向及旋轉的度數，例如「順時針旋轉 30 度」或「逆時針旋轉 150 度」，但是不引入旋轉角的記法（例如 -30 度或 $+150$ 度）。
- 本基本學習內容引入「平角」及「周角」的名詞。
- 分針轉 1 圈時是一個周角，也就是旋轉了 360 度，1 圈有 12 大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉 1 大格時旋轉了 30 度；1 圈有 60 小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉 1 小格時旋轉了 6 度。也可以透過 1 大格有 5 小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉 1 小格時旋轉了 6 度。
- 可以將旋轉角應用在日常生活中，例如「向右轉」可以看成「順時針旋轉 90 度」，「向左轉」可以看成「逆時針旋轉 90 度」，「向後轉」可以看成「旋轉 180 度」，「轉一圈」可以看成「旋轉 360 度」。

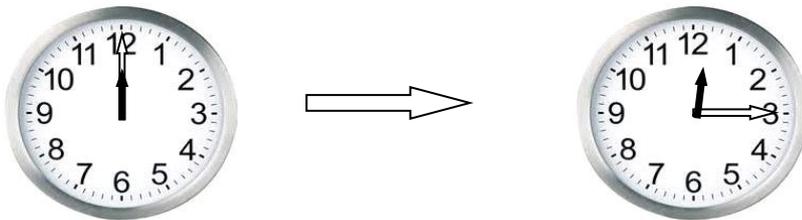
範例：

1. 如右圖，請問角勺是幾度？

- (1) 40 度
- (2) 60 度
- (3) 140 度
- (4) 180 度



2. 如圖，從 12 點到 12 點 15 分，分針旋轉了多少度？



- (1) 3 度
- (2) 15 度
- (3) 30 度
- (4) 90 度

5-s-03	能認識圓心角，並認識扇形。	S-3-01
--------	---------------	--------

基本學習內容

5-sc-03-1 能認識圓心角，並認識扇形。

基本學習表現

5-scp-03-1 能認識圓心角。

5-scp-03-2 能認識扇形。

5-scp-03-3 知道 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角是多少度($n=2、3、4、6、8$)。

說明：

- 本基本學習內容為 3-s-03 之後續學習概念，故學生應該已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。本基本學習內容幫助學生認識扇形及圓心角。
- 扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。



- 圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度，扇形的圓心角是周角的部份，透過周角 $\times\frac{1}{2}$ ，可以得到半圓的圓心角是 180 度，相同的方式，可以求得 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度。
- 結合圓心角與旋轉角，幫助學生再次認識平角與周角的意義。
- 不可以評量與扇形周長或面積有關的問題，六年級才引入圓的周長與面積公式。

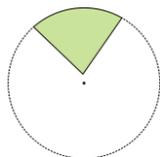
範例：

1. 請問 $\frac{1}{6}$ 圓的圓心角是多少度？

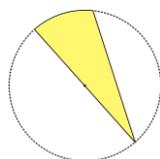
- (1) 6
- (2) 15
- (3) 30
- (4) 60

2. 下列哪一個圖形的塗色部分是扇形？

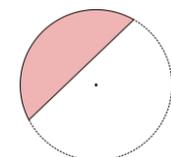
(1)



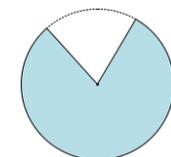
(2)



(3)



(4)



數學衝刺班



